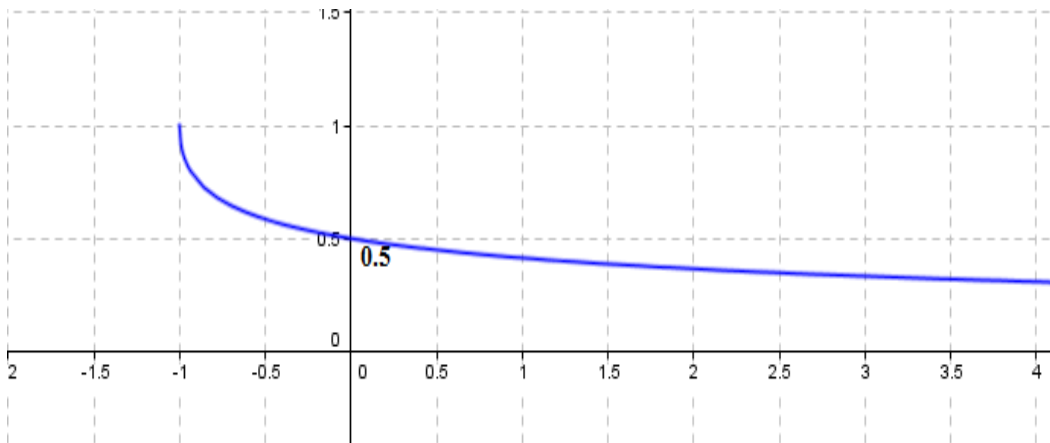


02	رقم المذكرة	تحليل ، النهايات والاستمرار	الحصّة و المحور
3 علوم تجريبية	القسم	نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند عدد حقيقي	الموضوع
الزمن	مراحل الدرس		سير الدرس

لتكن الدالة f المعرفة على $[-1; 0[\cup]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني المعرف بالشكل الآتي :



- الدالة f غير معرفة عند 0 إلا أنه بإمكان x أخذ قيم قريبة من 0 بالقدر الذي نريد ، ضع في هذه الحالة تخميناً بخصوص قيم $f(x)$.

العرض :

نهاية منتهية عند عدد حقيقي :

العرض :

تعريف : f دالة معرفة على مجموعة من الشكل $]a; x_0[\cup]x_0; b[$ و l عدد حقيقي .

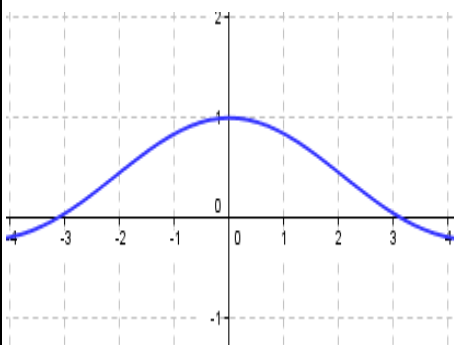
القول أن نهاية دالة f عند x_0 هي l يعني أن كل مجال مفتوح شامل للعدد l يشمل كل قيم $f(x)$ من أجل كل x قريب بالقدر الكافي من x_0 ونكتب : $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$.

ملاحظات ونتائج :

- 1- إذا كانت f دالة معرفة عند قيمة a وكانت f لها نهاية عند a فإن : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
- 2- إذا كانت الدالة f لها نهاية l عند a فإن هذه النهاية وحيدة .
- 3- تقبل الدالة f نهاية وحيدة l إذا كانت النهاية من اليمين و النهاية من اليسار عند a متساويتين أي :

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l$$

مثال : الدالة f معرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني .



يبين التمثيل البياني أنه كلما اقتربت قيمة x من 0 إلا واقتربت $f(x)$ من 1 .

لدينا إذن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{x-2}$

- 1- أنشئ (C_f) المنحنى الممثل للدالة f .
- 2- أكمل الجدول الآتي :

x	1.99	1.999	2.01	2.001
$f(x)$				

- 3- ضع تخميناً حول نهاية $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

نهاية غير منتهية عند عدد حقيقي :

تعريف : f دالة معرفة على مجموعة من الشكل $]a; x_0[\cup]x_0; b[$.

القول أن نهاية دالة f عند x_0 هي $+\infty$ يعني أن كل مجال من الشكل $[A; +\infty[$ يشمل كل قيم

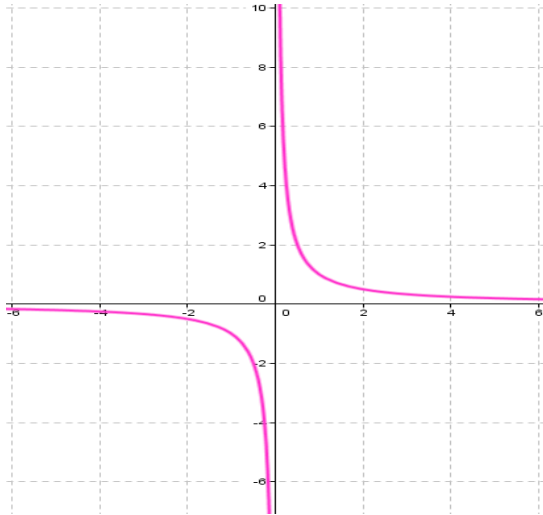
$f(x)$ من أجل كل x قريب بالقدر الكافي من x_0 ونكتب : $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$

مثال تطبيقي 1 :

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$

- أثبت باستعمال التعريف أن : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$

مثال تطبيقي 2 : لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $f(x) = \frac{1}{x}$ ، نعتبر الدالتين f_1 و f_2



المعرفتين على الترتيب على

$f_1(x) = \frac{1}{x}$ و $f_2(x) = \frac{1}{x^2}$

$f_2(x) = f(x)$

من الواضح أن $\lim_{x \rightarrow 0} f_1(x) = -\infty$ و

$\lim_{x \rightarrow 0} f_2(x) = +\infty$ أي نهاية f عند 0

من اليسار هي $-\infty$

و نهاية f عند 0 من اليمين هي $+\infty$

ونكتب : $\lim_{x \rightarrow <0} f(x) = -\infty$ و

$\lim_{x \rightarrow >0} f(x) = +\infty$

التفسير الهندسي : المستقيم المقارب الموازي لمحور الترتيب

تعريف : ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم وليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته :

$$x = a$$

القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يعني أن نهاية الدالة f عند x_0 (من اليسار او من اليمين) هي $+\infty$ او $-\infty$.

المستقيم المقارب العمودي و الأفقي و المائل :

التفسير البياني للنهية	النهية
المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x = a$ موازي لمحور الترتيب	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$
المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته $y = b$ موازي لمحور الفواصل	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$
المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y = ax + b$ بجوار ملائهاية	$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y = ax + b$ بجوار ملائهاية	$f(x) = ax + b + \varphi(x)$ مع $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 0$

تطبيقات :

تمرين تطبيقي :

لتكن الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 5}{(x-2)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

- 1- أحسب نهايات الدالة f عند اطراف مجال تعريفها .
- 2- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيينه .
- 3- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- 4- عين أصغر عدد طبيعي n بحيث من أجل كل x يحقق $x \geq n$ يكون لدينا :

$$f(x) - (x + 1) \leq \frac{1}{100}$$

الحل : يتم كتابته

ملاحظة : المذكرة لم تكتمل سأضيف تمارين + الحل

لتقديم اي ملاحظة او طلب اي شيء راسلني على ايميلي :

لتحميل بقية المذكرات من موقعنا : <https://learndz.com/>

صفحة 3 رياضيات : <https://learndz.com/3eme.php>

--	--	--

المدة	مراحل الدرس	سير الدرس
-------	-------------	-----------

--	--	--

--	--	--