سلسلة الجداء السلمي خاص بـ: 2 ع ت رياضيات

التمرين مع الحل المفصل بصيغة Word .

حصري على موقعنا : Learndz.com

إستعمل نسخة word 2016 حتى تتطابق الرموز للتعديل

التمرين رقم 01 : المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ، نعتبر في المستوي النقط $A(-1;0)$ ، $B(-1;4)$ و $C(3;0)$.

1- أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .

2- عين إحداثيي النقطة Ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

3- أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (C) .

4- أكتب معادلة ديكارتية لـ (T) مماس الدائرة (C) في النقطة B .

5- عين معادلة ديكارتية لمحور القطعة $[BC]$.

6- عين طبيعة (E) مجموعة النقط $M(x,y)$ و التي تحقق : $x^2+y^2-2x+4y=4$.

التمرين رقم 02: المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ، نعتبر النقط $A(5;0)$ ، $B(2;1)$ و $C(6;3)$.

1- أحسب الأطوال AB ، AC و BC ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .

2- (Δ) مستقيم يشمل النقطة B وعمودي على المستقيم (BC) .

أ- أكتب المعادلة الديكارتية للمستقيم (Δ) .

ب- أحسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

3- نعتبر الدائرة (C) التي معادلتها : $x^2+y^2-4x+4y-1=0$

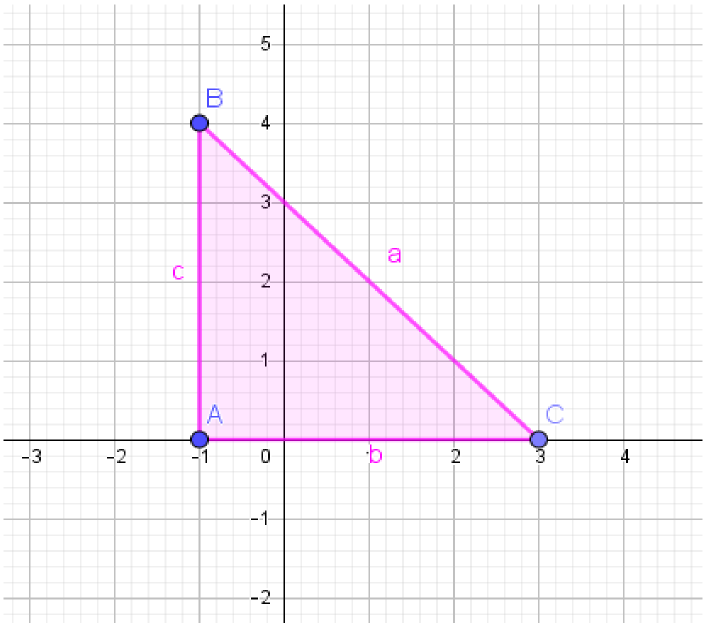
أ- حدد المركز Ω ونصف القطر r للدائرة (C) .

ب- تحقق أن النقطة $D(5,-2)$ تنتمي إلى الدائرة (C) .

ت- أكتب معادلة المماس (D) للدائرة في النقطة D .

حل التمرين رقم 01 : الحل مفصل

1- حساب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}$



$$\overrightarrow{AB}\binom{-1+1}{4-0}=\binom{0}{4}$$

$$\overrightarrow{AC}\binom{3-(-1)}{0-0}=\binom{4}{0}$$

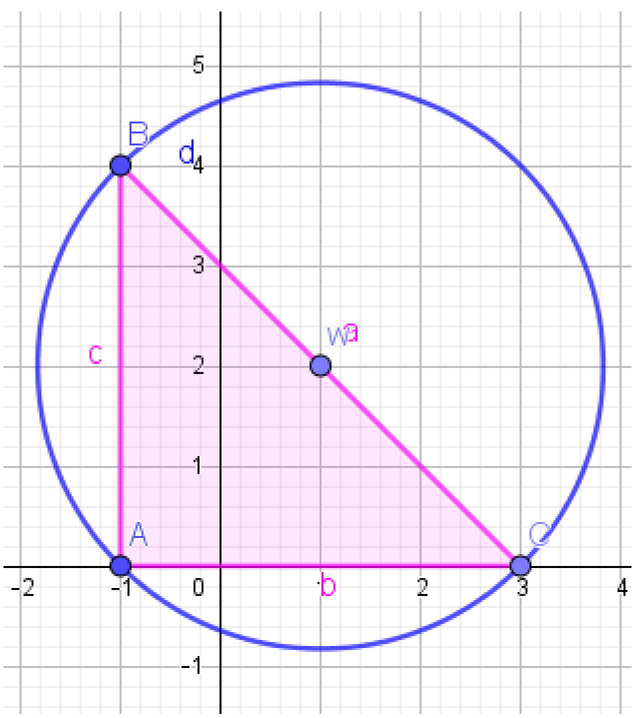
$$\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}=0(4)+4(0)=0$$ نستنتج أن

: $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$.

استنتاج طبيعة المثلث ABC: بما أن $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}=0$ فإن

المثلث قائم في A .

2- تعيين إحداثيي النقطة Ω مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC :



بما أن المثلث ABC قائم في A فإنه يوجد محيطة برؤوسه

مركزها منتصف وتره $[BC]$

$$x_\Omega=\frac{x_B+x_C}{2}=1$$

$$y_\Omega=\frac{y_B+y_C}{2}=2$$

ومنه : $\Omega(1;2)$

3- كتابة معادلة ديكارتية للدائرة (C) :

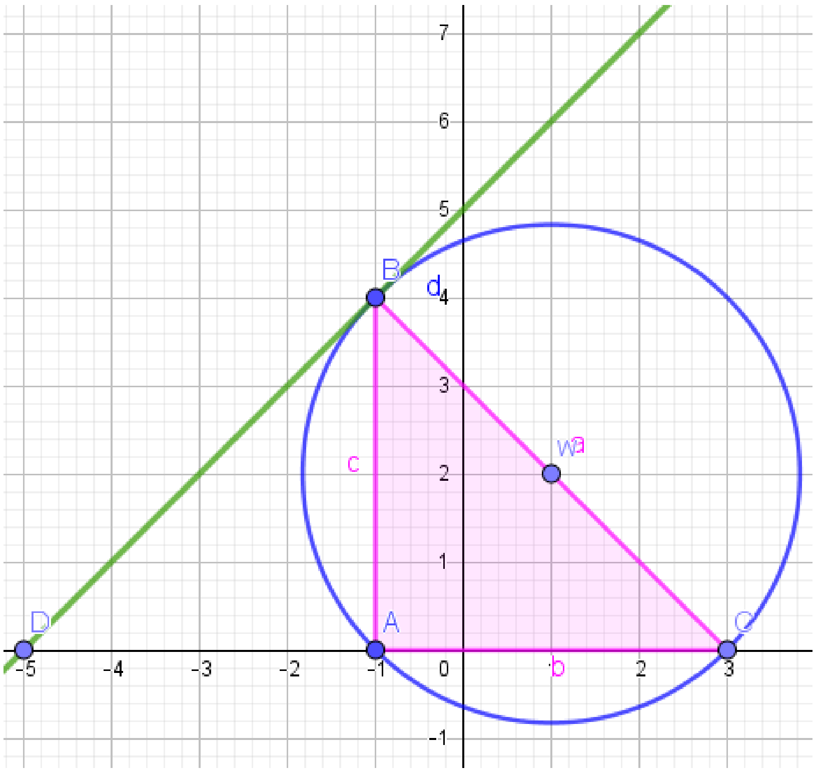
$$(x-x_\Omega)^2+(y-y_\Omega)^2=r^2$$

$$(x-1)^2+(y-2)^2=r^2$$

$$r = \Omega B = \sqrt{(x_B - x_\Omega)^2 + (y_B - y_\Omega)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

أي : $r^2 = \left(\sqrt{8}\right)^2 = 8$.

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$$



4- كتابة معادلة ديكارتية لـ (T) مماس الدائرة

(C) في النقطة B :

نأخذ M نقطة كيفية من المماس (T) حيث تحقق :

$$\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{B\Omega} = \vec{0}$$

$$\begin{pmatrix} x-(-1) \\ y-(4) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-(-1) \\ 2-(4) \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x+1 \\ y-4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$(x+1)2 + (y-4)(-2) = 0$$

$$2x + 2 - 2y + 8 = 0$$

أي : $2x - 2y + 10 = 0$

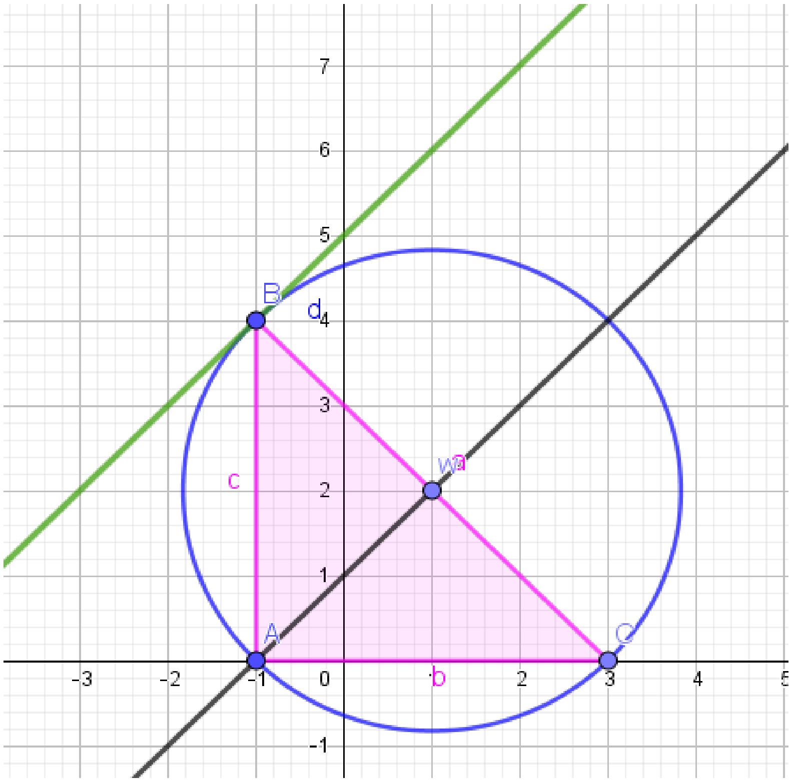
ومنه : $x - y + 5 = 0$.

5- تعيين معادلة ديكارتية لمحور القطعة $[BC]$:

نأخذ $M'(x,y)$ نقطة كيفية من محور القطعة $[BC]$ حيث تحقق :

$$BM' = CM'$$

$$\sqrt{(x-x_{\mathbf{B}})^2+(y-y_{\mathbf{B}})^2}=\sqrt{(x-x_{\mathbf{C}})^2+(y-y_C)^2}$$



$$\sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2}=$$

$$\sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2}$$

نربع الطرفين فنجد :

$$(x+1)^2+(y-4)^2=(x-3)^2+(y-0)^2$$

بعد التبسيط نجد :

$$8x-8y+8=0$$

ومنه : $(T'): x-y+1=0$

6- تعيين طبيعة $(\boldsymbol{E})$ مجموعة النقط $\boldsymbol{M(x,y)}$ و التي تحقق : $\boldsymbol{x^2+y^2-2x+4y=4}$:

في تعيين طبيعة من هذا الشكل : $(\boldsymbol{x}-x_0)^2+\left(\boldsymbol{y}-y_0\right)^2=\boldsymbol{r}^2$

حالة 1 : $\boldsymbol{r^2>0}$ نوعها دائرة .

حالة 2 : $\boldsymbol{r^2<0}$ تكون مجموعة خالية .

حالة 3 : $\boldsymbol{r^2=0}$ فإنها نقطة .

لدينا : $\boldsymbol{x^2+y^2-2x+4y=4}$ تكافئ : $\boldsymbol{x^2-2x+y^2+4y-4=0}$

نكتبها على شكل متطابقات :

$\boldsymbol{(x-1)^2+(y+2)^2-1-2^2-4=0}$ أي : $\boldsymbol{(x-1)^2+(y+2)^2=9}$

و منه : $\boldsymbol{(x-1)^2+(y+2)^2=3^2}$

$(\boldsymbol{E})$ عبارة عن دائرة مركزها : $\boldsymbol{s(1;-2)}$ و نصف قطرها $\boldsymbol{r=3}$.

حل التمرين رقم 02 :

1- حساب الاطوال :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-5)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{20}$$

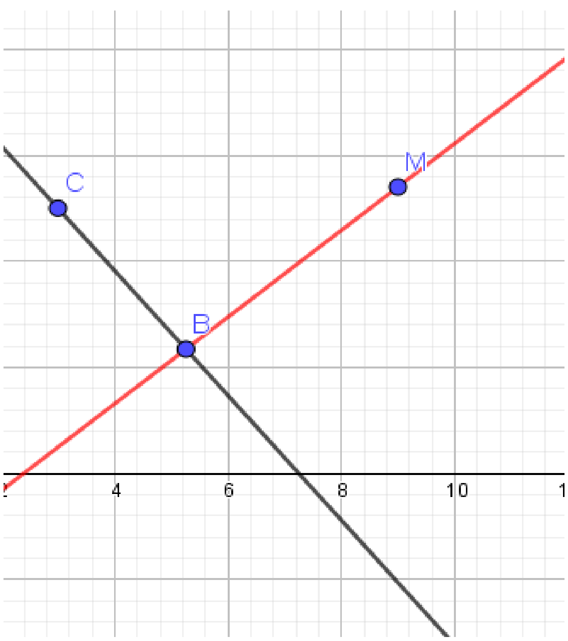
استنتاج طبيعة المثلث ABC :

لدينا : $AB = AC = \sqrt{10}$

ونلاحظ أن : $(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = (\sqrt{20})^2$ أي أن : $(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$

ومنه ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حسب النظرية العكسية لفيتاغورث .

2-أ- كتابة المعادلة الديكارتية للمستقيم (Δ) :



$$\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$$

$$(x+1)2 + (y-4)(-2) = 0$$

$$4x - 8 + 2y - 2 = 0$$

أي : $(\Delta): 2x + y - 5 = 0$

ب- حساب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) :

$$d(A,(\Delta)) = \frac{|10+0-5|}{\sqrt{4+1}} = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$d(A,(\Delta)) = \sqrt{5}$$

3- نعتبر الدائرة (C) التي معادلتها : $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$

أ- تحديد المركز Ω ونصف القطر r للدائرة (C) :

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = r^2$$
$$x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$$
$$(x-2)^2 - 4 + (y+2)^2 - 4 - 1 = 0$$
$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$$
$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 3^2$$

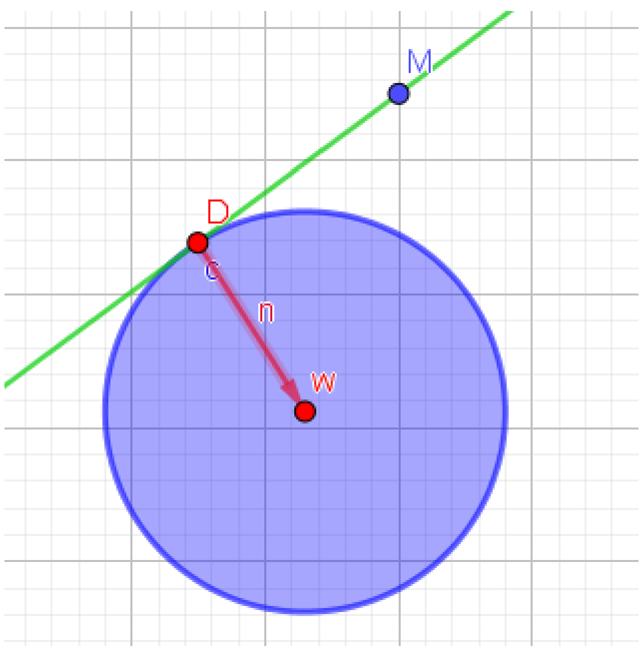
ومنه المركز هو : $\Omega(2,-2)$ ، ونصف القطر r هو : 3 .

ب– التحقق أن النقطة $D(5,-2)$ تنتمي إلى الدائرة (C) :

نعوض النقطة $D(5,-2)$ في معادلة الدائرة (C) فنجد :

$(5-2)^2 + (-2+2)^2 = 3^2$ أي : $3^2 = 3^2$ محققة .

ت–كتابة معادلة المماس (D) للدائرة في النقطة D :



نأخذ M نقطة كيفية من المماس (D) حيث تحقق :

$$\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{D\Omega} = \vec{0}$$
$$\begin{pmatrix} x-5 \\ y+2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$
$$-3x + 15 = 0$$

أي : $x = \frac{15}{3} = 5$

ومنه : $(D) : x - 5 = 0$.